TĐP 01: ĐƯỜNG THẲNG

Câu 1. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho 2 đường thẳng $d_1: x-7y+17=0$, $d_2: x+y-5=0$. Viết phương trình đường thẳng (*d*) qua điểm M(0;1) tạo với d_1, d_2 một tam giác cân tại giao điểm của d_1, d_2.

• *Phương trình đường phân giác góc tạo bởi d_1, d_2 là:*

$$\frac{|x-7y+17|}{\sqrt{1^2+(-7)^2}} = \frac{|x+y-5|}{\sqrt{1^2+1^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x+3y-13=0 & (\Delta_1) \\ 3x-y-4=0 & (\Delta_2) \end{array}\right.$$

Đường thẳng cần tìm đi qua M(0;1) và song song với Δ_1 hoặc Δ_2.

KL: $x+3y-3=0$ *và* $3x-y+1=0$

Câu 2. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ *Oxy,* cho cho hai đường thẳng $d_1: 2x-y+5=0$. $d_2: 3x+6y-7=0$. Lập phương trình đường thẳng đi qua điểm *P*(2; –1) sao cho đường thẳng đó cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh là giao điểm của hai đường thẳng d_1, d_2.

• *d_1 VTCP $\vec{a}_1=(2;-1)$; d_2 VTCP $\vec{a}_2=(3;6)$*

Ta có: $\overrightarrow{a_1}.\overrightarrow{a_2}=2.3-1.6=0$ *nên* $d_1 \perp d_2$ *và d_1 cắt d_2 tại một điểm I khác P. Gọi d là đường thẳng đi qua P(2; –1) có phương trình:* $d: A(x-2)+B(y+1)=0 \Leftrightarrow Ax+By-2A+B=0$

d cắt d_1, d_2 tạo ra một tam giác cân có đỉnh I ⇔ khi d tạo với d_1 (hoặc d_2) một góc 45^0

$$\Leftrightarrow \frac{|2A-B|}{\sqrt{A^2+B^2}\sqrt{2^2+(-1)^2}} = \cos 45^0 \Leftrightarrow 3A^2-8AB-3B^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A=3B \\ B=-3A \end{array}\right.$$

** Nếu A = 3B ta có đường thẳng* $d: 3x+y-5=0$

** Nếu B = –3A ta có đường thẳng* $d: x-3y-5=0$

Vậy có hai đường thẳng thoả mãn yêu cầu bài toán. $d: 3x+y-5=0$; $d: x-3y-5=0$.

<u>Câu hỏi tương tự</u>:

a) $d_1: x-7y+17=0$, $d_2: x+y-5=0$, $P(0;1)$. *ĐS:* $x+3y-3=0$; $3x-y+1=0$.

Câu 3. Trong mặt phẳng *Oxy*, cho hai đường thẳng $d_1: 3x+y+5=0$, $d_2: 3x+y+1=0$ và điểm $I(1;-2)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua *I* và cắt d_1, d_2 lần lượt tại *A* và *B* sao cho $AB=2\sqrt{2}$.

• *Giả sử* $A(a;-3a-5) \in d_1$; $B(b;-3b-1) \in d_2$; $\overrightarrow{IA}=(a-1;-3a-3)$; $\overrightarrow{IB}=(b-1;-3b+1)$

I, A, B thẳng hàng $\Rightarrow \overrightarrow{IB}=k\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} b-1=k(a-1) \\ -3b+1=k(-3a-3) \end{cases}$

• *Nếu* $a=1$ *thì* $b=1 \Rightarrow AB=4$ *(không thoả).*

• *Nếu* $a \neq 1$ *thì* $-3b+1=\frac{b-1}{a-1}(-3a-3) \Leftrightarrow a=3b-2$

$AB=\sqrt{(b-a)^2+\left[3(a-b)+4\right]^2}=2\sqrt{2} \Leftrightarrow t^2+(3t+4)^2=8$ *(với* $t=a-b$*).*

$\Leftrightarrow 5t^2+12t+4=0 \Leftrightarrow t=-2;\ t=-\frac{2}{5}$

+ *Với* $t=-2 \Rightarrow a-b=-2 \Rightarrow b=0, a=-2 \Rightarrow \Delta: x+y+1=0$

+ *Với* $t = \frac{-2}{5} \Rightarrow a - b = \frac{-2}{5} \Rightarrow b = \frac{4}{5}, a = \frac{2}{5} \Rightarrow \Delta: 7x - y - 9 = 0$

Câu 4. Trong mặt phẳng với hệ trục toạ độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0$, $d_2: 2x - y - 1 = 0$. Lập phương trình đường thẳng (d) đi qua M(1;–1) cắt (d_1) và (d_2) tương ứng tại A và B sao cho $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$.

• *Giả sử: A(a; –a–1), B(b; 2b – 1).*

Từ điều kiện $2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} = \vec{0}$ *tìm được A(1; –2), B(1;1) suy ra (d): x – 1 = 0*

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm M(1; 0). Lập phương trình đường thẳng (*d*) đi qua M và cắt hai đường thẳng $d_1: x + y + 1 = 0,\ d_2: x - 2y + 2 = 0$ lần lượt tại A, B sao cho MB = 3MA.

• $\begin{cases} A \in (d_1) \\ B \in (d_2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A(a; -1-a) \\ B(2b-2; b) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{MA} = (a-1; -1-a) \\ \overrightarrow{MB} = (2b-3; b) \end{cases}$.

Từ A, B, M thẳng hàng và $MB = 3MA \Rightarrow \overrightarrow{MB} = 3\overrightarrow{MA}$ *(1) hoặc* $\overrightarrow{MB} = -3\overrightarrow{MA}$ *(2)*

(1) $\Rightarrow \begin{cases} A\left(-\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}\right) \\ B(-4; -1) \end{cases} \Rightarrow (d): x - 5y - 1 = 0$ *hoặc (2)* $\Rightarrow \begin{cases} A(0; -1) \\ B(4; 3) \end{cases} \Rightarrow (d): x - y - 1 = 0$

Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm M(1; 1). Lập phương trình đường thẳng (*d*) đi qua M và cắt hai đường thẳng $d_1: 3x - y - 5 = 0,\ d_2: x + y - 4 = 0$ lần lượt tại A, B sao cho $2MA - 3MB = 0$.

• *Giả sử* $A(a; 3a-5) \in d_1$, $B(b; 4-b) \in d_2$.

Vì A, B, M thẳng hàng và $2MA = 3MB$ *nên* $\left[\begin{array}{ll} 2\overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MB} & (1) \\ 2\overrightarrow{MA} = -3\overrightarrow{MB} & (2) \end{array}\right.$

+ $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) = 3(b-1) \\ 2(3a-6) = 3(3-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{5}{2} \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow A\left(\frac{5}{2}; \frac{5}{2}\right), B(2;2)$. *Suy ra* $d: x - y = 0$.

+ $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} 2(a-1) = -3(b-1) \\ 2(3a-6) = -3(3-b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1;-2), B(1;3)$. *Suy ra* $d: x - 1 = 0$.

Vậy có $d: x - y = 0$ *hoặc* $d: x - 1 = 0$.

Câu 7. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho điểm M(3; 1). Viết phương trình đường thẳng d đi qua M cắt các tia Ox, Oy tại A và B sao cho $(OA + 3OB)$ nhỏ nhất.

• *PT đường thẳng d cắt tia Ox tại A(a;0), tia Oy tại B(0;b):* $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ *(a,b>0)*

M(3; 1) $\in d$ $1 = \frac{3}{a} + \frac{1}{b} \overset{Cơ-si}{\geq} 2\sqrt{\frac{3}{a}.\frac{1}{b}} \Rightarrow ab \geq 12$.

Mà $OA + 3OB = a + 3b \geq 2\sqrt{3ab} = 12 \Rightarrow (OA + 3OB)_{\min} = 12 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3b \\ \frac{3}{a} = \frac{1}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 2 \end{cases}$

Phương trình đường thẳng d là: $\frac{x}{6} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow x + 3y - 6 = 0$

Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M(4;1) và cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại A và B sao cho giá trị của tổng $OA+OB$ nhỏ nhất.

• $x+2y-6=0$

Câu 9. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường thẳng *d* đi qua điểm M(1; 2) và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B khác O sao cho $\frac{9}{OA^2}+\frac{4}{OB^2}$ nhỏ nhất.

• *Đường thẳng (d) đi qua* $M(1;2)$ *và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại A, B khác O, nên* $A(a;0);B(0;b)$ *với* $a.b\neq 0$ $\Rightarrow$ *Phương trình của (d) có dạng* $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

Vì (d) qua M nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1$. *Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacôpski ta có :*

$$1=\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}\right)^2=\left(\frac{1}{3}.\frac{3}{a}+1.\frac{2}{b}\right)^2\le\left(\frac{1}{9}+1\right)\left(\frac{9}{a^2}+\frac{4}{b^2}\right)\Leftrightarrow\frac{9}{a^2}+\frac{4}{b^2}\ge\frac{9}{10}\Leftrightarrow\frac{9}{OA^2}+\frac{4}{OB^2}\ge\frac{9}{10}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{1}{3}:\frac{3}{a}=1:\frac{2}{b}$ *và* $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}=1\Leftrightarrow a=10,\ b=\frac{20}{9}\Rightarrow d:2x+9y-20=0$.

Câu 10. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M(3;1) và cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại B và C sao cho tam giác ABC cân tại A với A(2;–2).

• $x+3y-6=0;x-y-2=0$

Câu 11. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (*Oxy*). Lập phương trình đường thẳng *d* qua $M(2;1)$ và tạo với các trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $S=4$.

• *Gọi* $A(a;0),B(0;b)$ $(a,b\neq 0)$ *là giao điểm của d với Ox, Oy, suy ra:* $d:\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$.

Theo giả thiết, ta có: $\begin{cases}\frac{2}{a}+\frac{1}{b}=1\\ |ab|=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2b+a=ab\\ |ab|=8\end{cases}$.

• *Khi* $ab=8$ *thì* $2b+a=8$. *Nên:* $b=2;a=4\Rightarrow d_1:x+2y-4=0$.

• *Khi* $ab=-8$ *thì* $2b+a=-8$. *Ta có:* $b^2+4b-4=0\Leftrightarrow b=-2\pm 2\sqrt{2}$.

+ *Với* $b=-2+2\sqrt{2}\Rightarrow d:\left(1-\sqrt{2}\right)x+2\left(1+\sqrt{2}\right)y-4=0$

+ *Với* $b=-2-2\sqrt{2}\Rightarrow d:\left(1+\sqrt{2}\right)x+2\left(1-\sqrt{2}\right)y+4=0$.

Câu hỏi tương tự:

a) $M(8;6),S=12$. *ĐS:* $d:3x-2y-12=0$; $d:3x-8y+24=0$

Câu 12. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm A(2; –1) và đường thẳng d có phương trình $2x-y+3=0$. Lập phương trình đường thẳng (Δ) qua A và tạo với d một góc α có cosα $=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

• *PT đường thẳng (Δ) có dạng:* $a(x-2)+b(y+1)=0\Leftrightarrow ax+by-2a+b=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$

Ta có: $\cos\alpha=\frac{|2a-b|}{\sqrt{5(a^2+b^2)}}=\frac{1}{\sqrt{10}}\Leftrightarrow 7a^2-8ab+b^2=0$. *Chon a = 1* $\Rightarrow$ *b = 1; b = 7.*

$\Rightarrow$ *(Δ_1): x + y – 1 = 0 và (Δ_2): x + 7y + 5 = 0*

Câu 13. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $A(2;1)$ và đường thẳng $d: 2x+3y+4=0$. Lập phương trình đường thẳng Δ đi qua A và tạo với đường thẳng *d* một góc 45^0.

• *PT đường thẳng (Δ) có dạng:* $a(x-2)+b(y-1)=0 \Leftrightarrow ax+by-(2a+b)=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$.

Ta có: $\cos 45^0 = \frac{|2a+3b|}{\sqrt{13}.\sqrt{a^2+b^2}} \Leftrightarrow 5a^2-24ab-5b^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=5b \\ 5a=-b \end{array}\right.$

+ *Với* $a=5b$. *Chọn* $a=5, b=1$ $\Rightarrow$ *Phương trình* $\Delta: 5x+y-11=0$.

+ *Với* $5a=-b$. *Chọn* $a=1, b=-5$ $\Rightarrow$ *Phương trình* $\Delta: x-5y+3=0$.

Câu 14. Trong mặt phẳng với hệ toạ độ Oxy, cho đường thẳng $d: 2x-y-2=0$ và điểm $I(1;1)$. Lập phương trình đường thẳng Δ cách điểm I một khoảng bằng $\sqrt{10}$ và tạo với đường thẳng d một góc bằng 45^0.

• *Giả sử phương trình đường thẳng Δ có dạng:* $ax+by+c=0$ $(a^2+b^2\neq 0)$.

Vì $(d,\Delta)=45^0$ *nên* $\frac{|2a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}.\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3b \\ b=-3a \end{array}\right.$

• *Với* $a=3b \Rightarrow \Delta$: $3x+y+c=0$. *Mặt khác* $d(I;\Delta)=\sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|4+c|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=6 \\ c=-14 \end{array}\right.$

• *Với* $b=-3a \Rightarrow \Delta$: $x-3y+c=0$. *Mặt khác* $d(I;\Delta)=\sqrt{10} \Leftrightarrow \frac{|-2+c|}{\sqrt{10}}=\sqrt{10} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=-8 \\ c=12 \end{array}\right.$

Vậy các đường thẳng cần tìm: $3x+y+6=0$; $3x+y-14=0$; $x-3y-8=0$; $x-3y+12=0$.

Câu 15. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho điểm $M(0;\ 2)$ và hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình lần lượt là $3x+y+2=0$ và $x-3y+4=0$. Gọi A là giao điểm của d_1 và d_2. Viết phương trình đường thẳng đi qua M, cắt 2 đường thẳng d_1 và d_2 lần lượt tại B, C (B và C khác A) sao cho $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

• $A=d_1\cap d_2 \Rightarrow A(-1;1)$. *Ta có* $d_1\perp d_2$. *Gọi Δ là đường thẳng cần tìm. H là hình chiếu vuông góc của A trên Δ. ta có:* $\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{AH^2}\geq\frac{1}{AM^2}$ *(không đổi)*

$\Rightarrow \frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AC^2}$ *đạt giá trị nhỏ nhất bằng* $\frac{1}{AM^2}$ *khi H ≡ M, hay Δ là đường thẳng đi qua M và vuông góc với AM.* $\Rightarrow$ *Phương trình Δ:* $x+y-2=0$.

Câu hỏi tương tự:

a) Với $M(1;-2)$, $d_1: 3x+y+5=0$, $d_2: x-3y+5=0$. *ĐS:* $\Delta: x+y+1=0$.

Câu 16. Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy, cho đường thẳng $(d): x-3y-4=0$ và đường tròn $(C): x^2+y^2-4y=0$. Tìm M thuộc (*d*) và N thuộc (C) sao cho chúng đối xứng qua điểm A(3; 1).

• *M* $\in$ *(d)* $\Rightarrow$ *M(3b+4; b)* $\Rightarrow$ *N(2 – 3b; 2 – b)*

N $\in$ *(C)* $\Rightarrow (2-3b)^2+(2-b)^2-4(2-b)=0 \Rightarrow b=0;\ b=\frac{6}{5}$

Vậy có hai cặp điểm: M(4;0) và N(2;2) hoặc $M\left(\frac{38}{5};\frac{6}{5}\right), N\left(-\frac{8}{5};\frac{4}{5}\right)$

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho điểm A(1; 1) và đường thẳng Δ: $2x+3y+4=0$. Tìm điểm B thuộc đường thẳng Δ sao cho đường thẳng AB và Δ hợp với nhau góc 45^0.

• *Δ có PTTS:* $\begin{cases} x=1-3t \\ y=-2+2t \end{cases}$ *và VTCP* $\vec{u}=(-3;2)$. *Giả sử* $B(1-3t;-2+2t)\in \Delta$.

$$(AB,\Delta)=45^0 \Rightarrow \left|\cos(\overrightarrow{AB};\vec{u})\right|=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{\left|\overrightarrow{AB}.\vec{u}\right|}{AB.\left|\vec{u}\right|}=\frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow 169t^2-156t-45=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\frac{15}{13} \\ t=-\frac{3}{13} \end{array}\right..$$

Vậy các điểm cần tìm là: $B_1\left(-\frac{32}{13};\frac{4}{13}\right),\ B_2\left(\frac{22}{13};-\frac{32}{13}\right)$.

Câu 18. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ *Oxy*, cho đường thẳng $d: x-3y-6=0$ và điểm $N(3;4)$. Tìm tọa độ điểm *M* thuộc đường thẳng *d* sao cho tam giác *OMN* (*O* là gốc tọa độ) có diện tích bằng $\frac{15}{2}$.

• *Ta có* $\overrightarrow{ON}=(3;4)$, *ON = 5, PT đường thẳng ON:* $4x-3y=0$. *Giả sử* $M(3m+6;m)\in d$.

Khi đó ta có $S_{\Delta ONM}=\frac{1}{2}d(M,ON).ON \Leftrightarrow d(M,ON)=\frac{2S_{\Delta ONM}}{ON}=3$

$$\Leftrightarrow \frac{\left|4.(3m+6)-3m\right|}{5}=3 \Leftrightarrow \left|9m+24\right|=15 \Leftrightarrow m=-1;\ m=\frac{-13}{3}$$

\+ *Với* $m=-1 \Rightarrow M(3;-1)$ + *Với* $m=\frac{-13}{3} \Rightarrow M\left(-7;\frac{-13}{3}\right)$

Câu 19. Trong mặt phẳng toạ độ *Oxy*, cho điểm $A(0;2)$ và đường thẳng $d: x-2y+2=0$. Tìm trên đường thẳng *d* hai điểm B, C sao cho tam giác ABC vuông ở *B* và AB = 2BC .

• *Giả sử* $B(2b-2;b), C(2c-2;c)\in d$.

Vì ΔABC vuông ở B nên AB ⊥ d $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow B\left(\frac{2}{5};\frac{6}{5}\right) \Rightarrow AB=\frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow BC=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$$BC=\frac{1}{5}\sqrt{125c^2-300c+180}=\frac{\sqrt{5}}{5} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c=1 \Rightarrow C(0;1) \\ c=\frac{7}{5} \Rightarrow C\left(\frac{4}{5};\frac{7}{5}\right) \end{array}\right.$$

Câu 20. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, cho hai đường thẳng $d_1: x+y-3=0$, $d_2: x+y-9=0$ và điểm $A(1;4)$. Tìm điểm $B\in d_1, C\in d_2$ sao cho tam giác ABC vuông cân tại A.

• *Gọi* $B(b;3-b)\in d_1,\ C(c;9-c)\in d_2 \Rightarrow \overrightarrow{AB}=(b-1;-1-b)$, $\overrightarrow{AC}=(c-1;5-c)$.

ΔABC vuông cân tại A $\Leftrightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0 \\ AB=AC \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (b-1)(c-1)-(b+1)(5-c)=0 \\ (b-1)^2+(b+1)^2=(c-1)^2+(5-c)^2 \end{cases}$ *(*)*

Vì $c=1$ *không là nghiệm của (*) nên*

$$(*) \Leftrightarrow \begin{cases} b-1=\dfrac{(b+1)(5-c)}{c-1} & (1) \\ (b+1)^2\dfrac{(5-c)^2}{(c-1)^2}+(b+1)^2=(c-1)^2+(5-c)^2 & (2) \end{cases}$$

Từ (2) $\Leftrightarrow (b+1)^2=(c-1)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=c-2 \\ b=-c \end{array}\right.$.

+ Với $b=c-2$, *thay vào (1) ta được* $c=4, b=2 \Rightarrow B(2;1), C(4;5)$.

+ Với $b=-c$, *thay vào (1) ta được* $c=2, b=-2 \Rightarrow B(-2;5), C(2;7)$.

Vậy: $B(2;1), C(4;5)$ *hoặc* $B(-2;5), C(2;7)$.

Câu 21. Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho các điểm A(0; 1) B(2; –1) và các đường thẳng có phương trình: $d_1:(m-1)x+(m-2)y+2-m=0$; $d_2:(2-m)x+(m-1)y+3m-5=0$. Chứng minh d_1 và d_2 luôn cắt nhau. Gọi P = $d_1 \cap d_2$. Tìm *m* sao cho $PA+PB$ lớn nhất.

• *Xét Hệ PT:* $\begin{cases}(m-1)x+(m-2)y=m-2 \\ (2-m)x+(m-1)y=-3m+5\end{cases}$.

Ta có $D=\begin{vmatrix} m-1 & m-2 \\ 2-m & m-1\end{vmatrix}=2\left(m-\dfrac{3}{2}\right)^2+\dfrac{1}{2}>0, \forall m$

$\Rightarrow d_1, d_2$ *luôn cắt nhau. Ta có:* $A(0;1)\in d_1$, $B(2;-1)\in d_2$, $d_1 \perp d_2 \Rightarrow \Delta APB$ *vuông tại P* $\Rightarrow$ *P nằm trên đường tròn đường kính AB. Ta có:* $(PA+PB)^2 \le 2(PA^2+PB^2)=2AB^2=16$

$\Rightarrow PA+PB\le 4$. *Dấu "=" xảy ra* $\Leftrightarrow$ *PA = PB* $\Leftrightarrow$ *P là trung điểm của cung AB*

$\Leftrightarrow$ *P(2; 1) hoặc P(0; –1)* $\Leftrightarrow m=1$ *hoặc* $m=2$. *Vậy* $PA+PB$ *lớn nhất* $\Leftrightarrow m=1$ *hoặc* $m=2$.

Câu 22. Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho đường thẳng (Δ): $x-2y-2=0$ và hai điểm $A(-1;2)$, $B(3;4)$. Tìm điểm M $\in$ (Δ) sao cho $2MA^2 + MB^2$ có giá trị nhỏ nhất.

• *Giả sử M* $M(2t+2;t)\in\Delta \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t+3;t-2)$, $\overrightarrow{BM}=(2t-1;t-4)$

Ta có: $2AM^2+BM^2=15t^2+4t+43=f(t) \Rightarrow \min f(t)=f\left(-\dfrac{2}{15}\right) \Rightarrow M\left(\dfrac{26}{15};-\dfrac{2}{15}\right)$

Câu 23. Trong mặt phẳng toạ độ O*xy*, cho đường thẳng $d:2x-y+3=0$ và 2 điểm $A(1;0), B(2;1)$. Tìm điểm M trên *d* sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất.

• *Ta có:* $(2x_A-y_A+3).(2x_B-y_B+3)=30>0$ $\Rightarrow$ *A, B nằm cùng phía đối với d.*

Gọi A′ là điểm đối xứng của A qua d $\Rightarrow A'(-3;2)$ $\Rightarrow$ *Phương trình* $A'B: x+5y-7=0$.

Với mọi điểm M $\in$ *d, ta có:* $MA+MB=MA'+MB\ge A'B$.

Mà $MA'+MB$ *nhỏ nhất* $\Leftrightarrow$ *A′, M, B thẳng hàng* $\Leftrightarrow$ *M là giao điểm của A′B với d.*

Khi đó: $M\left(-\dfrac{8}{11};\dfrac{17}{11}\right)$.